

今回はどうでしたか？難しかったですでしょうか。問題を取り違えてしまった方がかなりいました。硬貨60枚で25,000円の賞金をつくれ、という問題だと理解した方が多数いました。ちょっと、問題文が不鮮明のところがありましたかね。ご容赦ください。

まず、問題をもう一度振り返っておきますね。

今回は、3種類の硬貨を用いて、ちょうど合わせて60枚の硬貨で指定した金額15,000円と10,000円の賞金プレゼントをそれぞれ作るという問題でした。

それでは、解答の解説に移りますね。

まず、60枚で15,000円の賞金を作ることを、してみましょう。考え方を示しながら解答していきますね。

すぐ思いつくのは、全部1000円硬貨では 15枚 となります。
ここから、少しずつ100円（10円）に切り替えて、枚数を増やし、60枚ちょうどを目指してみます。

（1000円硬貨の枚数、100円硬貨の枚数）でまとめてみると

15,000円	= (15, 0)		硬貨の合計枚数は
	= (14, 10)	1000円硬貨1枚を10枚の100円硬貨に替えました。	24枚
	…	…続いて、1枚ずつ替える1000円硬貨を増やしていきます。	
	= (13, 20)	1000円硬貨2枚→100円硬貨20枚	33枚
	= (12, 30)	1000円硬貨3枚→100円硬貨30枚	42枚
	= (11, 40)	1000円硬貨4枚→100円硬貨40枚	51枚
	= (10, 50)	1000円硬貨5枚→100円硬貨50枚	60枚

ちょうど、60枚で指定の15,000円の賞金を作る手立が見つかりました。さらに合計枚数の変化を見ると9枚ずつ、増えていることに気付きます。

実は、1000円1枚を100円硬貨10枚に、100円硬貨1枚を10円硬貨10枚に替えても、やはり9枚ずつ増えることが分かります。（ここが、解くときの重大なポイントになります。）
皆さんの解答の中でも9枚ずつ増えることに気付かれた人がかなり居りましたよ。

すると、赤枠の解答例の1つ上の51枚の場合に100円硬貨1枚→10円硬貨10枚とすれば、合計枚数は9枚増えて、60枚となりますね。つまり、

1000円11枚と100円39枚と10円10枚でも合計15,000円で硬貨は11枚+39枚+10枚で合計60枚となります。

以下、同様に考えてみると

（1000円硬貨の枚数、100円硬貨の枚数、10円硬貨の枚数）でまとめてみると

= (11, 39, 10)
= (12, 28, 20)
= (13, 17, 30)
= (14, 6, 40)

すべて、合計60枚の硬貨で賞金は15,000円となります。まだ、他にもあるかもしれません。別の組み合わせが見つかったら、知らせてくださいね。

さて、15,000円の賞金はいくつかのパターンで作ることが示せました。次に、10,000円ではどうか。考えてみましょう。このとき、これまでの「9枚ずつ増える」ということが、考えるポイントになります。

結論を言えば、60枚の硬貨で 10,000円 の賞金を作ることは不可能なんです。

このことを、示してみますね。

それは、実は 9枚ずつ増えることに関連しますが、10も100も1000も

$$10 = 9 + 1 = 9 \times 1 + 1$$

$$100 = 99 + 1 = 9 \times 11 + 1$$

$$1000 = 999 + 1 = 9 \times 111 + 1$$

となって、すべて **9の倍数+1** の形なのです。

だから、60枚の硬貨はすべてを足すと

$$(9の倍数+1) + (9の倍数+1) + \dots + (9の倍数+1)$$

これが60個あるので

$$= (9の倍数) + 1 + 1 + \dots + 1 = (9の倍数) + 60 \text{ となります。}$$

つまりは

$$(9の倍数) + 60 = 10000 \text{ となる場合があるか、ということになります。}$$

ところが、これは

$$10000 - 60 = 9940 \text{ が9の倍数となる場合があるか、と同じですが}$$

$$9940 = 9 \times 1104 + 4 \text{ で9の倍数ではありません。}$$

したがって、どのように組み合わせても60枚の硬貨で10,000円の賞金は作れないということになります。

実は $15000 - 60 = 14940$ ですが、この $14940 = 9 \times 1660$ となるので15,000円の場合は、うまく組み合わせると賞金ができる可能性があることとなりますね。

【解答まとめ】

15,000円の場合は作ることが可能で、その組み合わせは
(1000円硬貨の枚数、100円硬貨の枚数、10円硬貨の枚数)
=(10,50,0)、(11,39,10)、(12,28,20)、(13,17,30)、(14,6,40)
の5通りの組み合わせがあります。
10,000円の場合は作ることが不可能となります。

どうですか、解答は 15,000円 は幾つか作る組み合わせが存在するが、10,000円 の賞金はどう組み合わせても作れない となります。
やはり、不可能を示すことは難しいですね。