

『静学からの挑戦状2021 Vo.1 解答例』

さて、皆さん いかがでしたか？それでは解答を紹介しますね。

まず【問題1】ですが 牧草地7020m×4212mでしたから  
標準的な共通する約数で割り算していく方法で求めてみると

2 )	7020	4212	したがって	$2 \times 9 \times 3 \times 13 \times 2$
9 )	3510	2106		= 1404 となり
3 )	390	234		1404mの区画が15区画(5×3=15から)となりますから
13 )	130	78		
2 )	10	6		
	5	3		一辺が1404mが解答となりますね。

次に【問題2】ですが、皆さんの解答で多かったのが、まず、それぞれの数の約数を考えて  
小さな数の積に分解してみる。その中で、最大公約数を考えるという方法でした。

つまり

22119は  $2+2+1+1+9=15$ で3の倍数となるので  $22119=3 \times 7373$   
 36865は1の位が5ですので5の倍数となって  $36865=5 \times 7373$

ともに7373の倍数となり「7373」が最大公約数となることが分かる、ということでした。

したがって、一辺が7373mが問題2の解答となります。

たまたま小さな数3や5で割って同じ数字「7373」が得られましたので、解答にたどりつき  
ましたが、問題1と同じ標準的な解法では、なかなか大変です。

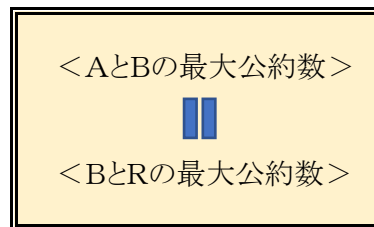
$7373=73 \times 101$ で73, 101ともに素数ですので2つの数がともにこの2数の倍数である  
ことを発見して

73 )	22119	36865	$73 \times 101 = 7373$	3と5はたがいに素
101 )	303	505		だから7373が最大公約数で答えだ!!
	3	5		と、なるわけです。

実は「最大公約数」を求める方法に全く別の方法があって・・・2数の大きい数を小さい数で  
割り算し、その余りで割った数(さきほどの小さい方の数)を続けて割っていく。割り切れる  
あるいは、余りが1となるまで割り算を続けていくという方法があります。

これは

B )	Q	AをBで割って
	A	その商が Q で
	:	余りが R のとき
	R	つまり $A = B \times Q + R$ のとき



となるからです。

確認を兼ねて、先ほどの問題1でやってみますね。右から左に割り算を続けます。

1404 )	2	)	1	)	1
	2808		4212		7020
	2808		2808		4212
	0		1404		2808

どうですか。交互に割り算をして  
最後に割り切った数として 1404が  
できましたね。

← ← 右から左に割り算を続ける ← ←

それではこの方法で問題2でやってみましょう。やはり右から左に割り算を繰り返します。

$$\begin{array}{r} 7373 \ ) \ \overline{14746} \ ) \ \overline{22119} \ ) \ \overline{36865} \\ \underline{14746} \qquad \underline{14746} \qquad \underline{22119} \\ 0 \qquad \qquad 7373 \qquad \qquad 14746 \end{array} \quad \text{となります。}$$

実際に  $36865 = 7373 \times 5$  で  $22119 = 7373 \times 3$  ですので

この2数の最大公約数は7373となり、1辺が7373mの正方形で区分するが解答となります。

---

こうした互いに2数の割り算を繰り返して、その2数の最大公約数を求めていく方法は

『ユークリッドの互除法』とよばれている数学上有名な手法です。

この解法の特徴は、どんな2数の場合でも割り算をするだけで最大公約数を必ず求めることが可能な手法である、ということです。

なお補足しますが、2数が互いに素(最大公約数が1)の場合、この割り算は余り1まで続くことになります。