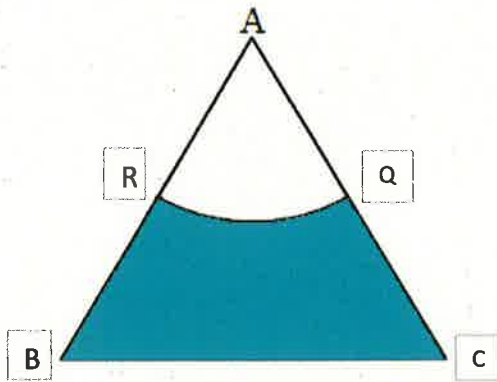


【静学からの挑戦状2020 vol.3 解答例】

まず、【問1】です。



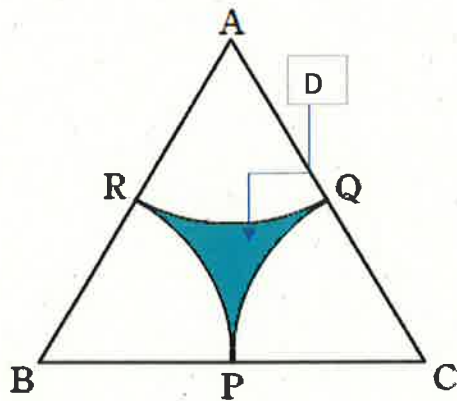
これは、難しくありません。考え方とすれば点Aから1以上離れていれば良いので、左図のように点Aから半径1の円を描き、その外側にある点が答えの部分となります。

正確には

辺AB、ACの中点を点R、点Qとすれば辺RB、BC、CQと曲線(円弧)QRで囲まれた水色の部分が解答となります。ただし、境界線のうち、直線部分は含み、曲線部分はいりません。

続いて【問2】です。問1がヒントとなりますね。

条件を満たす4点を1組探し出せば良いですから例えば



まず3点を三角形の頂点にとります。つまりは点Aと点Bと点Cです。

そして、辺BCの中点をPとして、問1と同様に3頂点A、B、Cから半径1の円弧を三角形の内部に引きます。すると左図のように3つとんがりをもった手裏剣のような図形が現れます。水色に塗った部分となりますが、この内部の点は明らかに、点A、B、Cの3点から距離1よりも大きい点になります。

したがって、4点目を水色の部分から1点Dを選べば、点A、B、C、Dはいずれも距離が1よりも大きくなります。

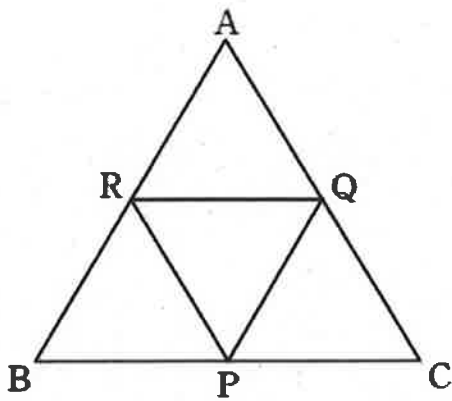
さて次は【問3】です。これも前問の問2が有力なヒントとなります。説明・解説しますね。

問2で用いた図を見てください。三角形ABCがちょうど4つの部分に分けられています。言い替えると、三角形の周および内部の点は、この4つの部分、4つの部屋と考えるとこの4部屋のどれかに入る(所属する)ことになります。厳密に言うと境界線上の点があり、どうするか検討しておく必要もありますが、本筋からは離れるので今回は触れないでおきます。

5点を選ぶ際、できるだけ離して配置することを考えると、4点まで配置する場合はこの4部屋に1つずつ入れることになります。上手に選べば、距離をすべて1より大とできます。

次に5点目をどこか選ぶことを考えると、この4部屋のいずれかに必ず入ります。ということは、どこかの部屋は必ず2点が入ることになります。明らかに同じ部屋の中の2点は距離が1以下とならざるを得ません。

つまりは、どう配置しても「すべて距離を1より大」とすることは不可能となります。



#### 【補足1】

算数・数学の分野で『鳩の巣原理』という理論があります。数え上げの時に使う手法で簡単に言うと、10個の巣箱に11羽の鳩を入れると、必ず1つは2羽入った巣箱ができるということです。当たり前ですよ。でも数学のある分野の研究でシンプルですが有力な手法であるといえます。

#### 【補足2】

皆さんの解答で問2・3を考えると、左図のような三角形の中点を結んで1辺の長さが1の正三角形4つを「4部屋」として考える解答がありました。もちろんOKです。ちなみに、「距離が1より大」での出題でしたが、距離1でもOKとすると、周上ばかりですが、6点配置できることも明らかですよ。それはABCPQRの6点で2点間の距離はすべて1となります。