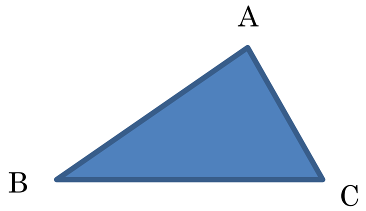
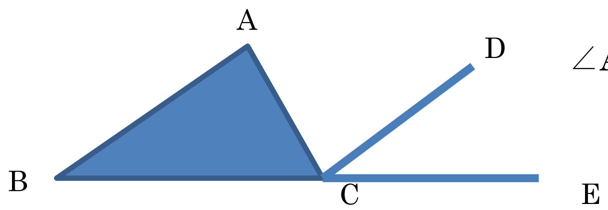
『静学からの挑戦状 2019　Vo.3』　　解答編

皆さんご存じのとおり『三角形の内角の和』は常に１８０°になります。今回の問題は、三角形のこの性質を用いると解答までたどり着くことが可能となります。まず、おさらいしますね。



三角形の内角 A、B、C において
∠A＋∠B＋∠C＝１８０°　です。

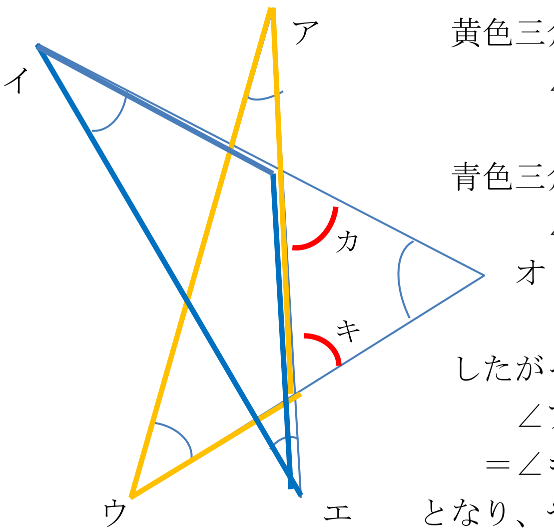
したがって C から AB と平行な線分を引けば、　∠A＝∠ACD（錯角）
∠B＝∠DCE（同位角）
となり



∠A＋∠B＝∠ACD＋∠DCE
＝∠ACE
となります。

よって三角形の２内角の和が残りの頂点の外角と等しくなります。

したがって、問題の図形に当てはめて

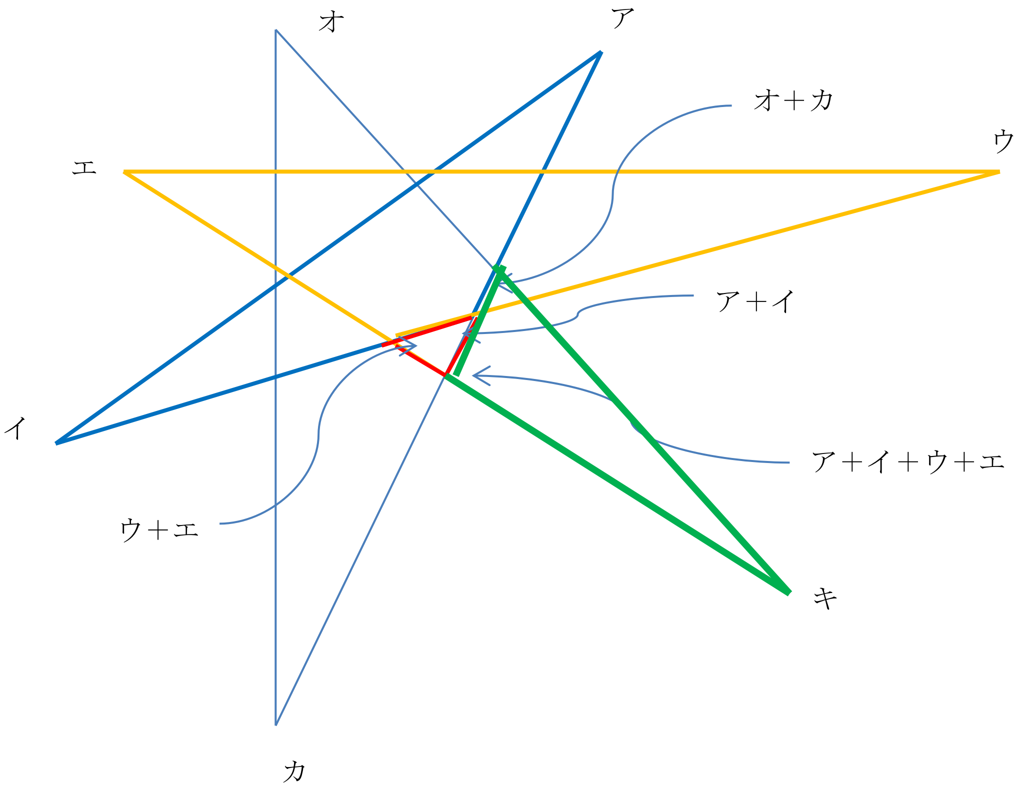


黄色三角形において
∠ア＋∠ウ＝∠キとなり

青色三角形において
∠イ＋∠エ＝∠カとなります

したがって
∠ア＋∠イ＋∠ウ＋∠エ＋∠オ
＝∠キ＋∠カ＋∠オ
となり、やはり三角形の内角の和から
＝１８０°
となります。

7 頂点の星形図形でも実は、同じ考え方が使えます。詳しくは省略しますが、下の図のように３角形の組み合わせを考えると、同様に１８０°となることが導かれます。面白いですね。



青い三角形と黄色の三角形それぞれの頂点「アとイ」と「ウとエ」の和が上図のように赤い三角形の２内角となり、それがア～エの和として緑の１つの内角になります。

さらに図のようにオ＋カも緑の内角の１つと同じになります。

７頂点のうち残りの１頂点キも緑の内角の１つとなりますので、

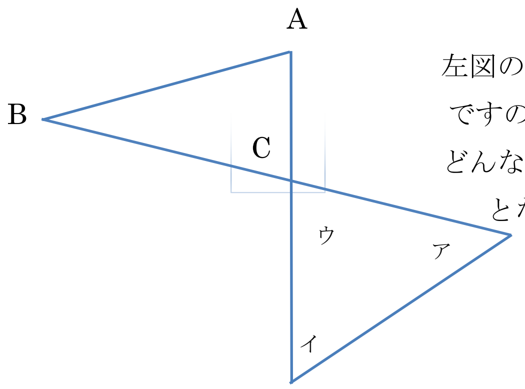
アからキの７頂点の角度の和＝緑の三角形の内角の和＝１８０°

となります。皆さん、確認してみてください。

さて、今回解答をしてくださった方の中で、静岡市内のＨさんから、まったく異なる方法で、正解を導く解法が寄せられたので皆さんにも紹介します。

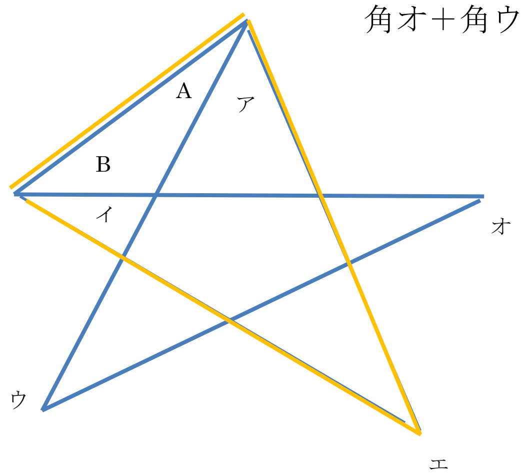
それは補助線を引くことで星形の中に新たな３角形を見つけて、その性質から正解まで導く方法です。

まず、準備ですが、交差する線分の両端を結んで、できる２つの３角形（ちょうど、蝶あるいは砂時計のような形になる）に関して次の性質があります。



左図のような場合、対頂角の位置にある角 C＝角ウ
ですので、3 角形の内角の和が 180°になることより
どんな 3 角形の場合も　角 A＋角 B＝角イ＋角ア
となります。

したがって今回の問題に当てはめて



角オ＋角ウ＝角 A＋角 B　となります。

問題の星形５角形の頂点アから頂点オまでの角度の和は上の関係から

角ア＋角イ＋角ウ＋角エ＋角オ＝角ア＋角イ＋角エ＋（角ウ＋角オ）

＝角ア＋角イ＋角エ＋角 A＋角 B

となり、これは黄色の 3 角形の内角となりますので

＝１８０°　となります。

７頂点の星形図形でも、全く同様に補助線を引いて、蝶型図形の対応する角に和が移ることを２回用いると、７頂点の角度が一つの３角形の内角に集められて、合計が１８０°になることが示せます。頑張って導いてみてください。