

『静学からの挑戦状 2019 Vo.2』 【解答例】

今回は、できるだけ少ない個数の分銅で以下の課題をクリアできる組み合わせを考えるという問題でした。

- ① 1g～15g までを 1g 刻みで量りたいとき、どういった重さの分銅をいくつ用意すれば、可能か？
- ② 1g～100g までを 1g 刻みで量りたいときはどうか？

解答のための手順として、  
だんだん分銅の個数を増やししながら、1g から 2g、3g と量りうる重さを確認していきたいと思います。

I 分銅 1 個の場合 これは、1g 分銅 1 個で「1g のみ」測定可能となります。  
2g 以上の分銅では、その g 数のみで 1g が量れません。

II 分銅 2 個の場合

まず 1g を量るために 1g の分銅が 1 つ必要です。もう 1 つで考えると

1g と 1g つまり 1g を 2 個だと 1g と 2g が量れます。

1g と 2g であると 1g、2g、3g が量れます。

1g と 3g (それ以上も) の場合 2g が量れません。

したがって 2 個の場合 1g と 2g で「1,2,3g」まで可能となります。

III 分銅 3 個の場合

まず 1g と 2g で「1～3g」まで量れますから、更にもう 1 個を考えて

1g、2g に 1g を追加すると 1・2・3・4g まで量れます。

1g、2g に 2g を追加すると 1・2・3・4・5g まで量れます。

1g、2g に 3g を追加すると 1・2・3・4・5・6g まで量れます。

1g、2g に 4g を追加すると 1・2・3・4・5・6・7g まで量れます。

次に

1g、2g に 5g を追加すると 4g が量れず 1・2・3・5・6・7・8g となります。

追加が 5g 以上のとき、いずれの場合も 4g が量れません。したがって  
3 個の場合 1g、2g、4g で「1・2・3・4・5・6・7g」まで量れることとなります。

IV 分銅 4 個の場合

I～III と同様に考えて、1g、2g、4g に更に 1 個追加することを考えて

1g、2g、4g に 1g を追加すると 1～7g、8g まで量れます。

1g、2g、4g に 2g を追加すると 1～7g、8・9g まで量れます。

以下同様にして

1g、2g、4g に 8g を追加すると 1～15g まで量れます。

しかし

1g、2g、4g に 9g (それ以上も) を追加すると 8g が量れません。

したがって

1g、2g、4g、8g で「1～15g」まで量れることとなります。4個の組み合わせではこの組み合わせが最大となり、これが①の解答となります。

①の解答 1・2・4・8g の分銅を1個ずつの計4個 となります。

まったく同じ考え方を繰り返して、使う分銅を考えていけば・・・

1・2・4・8・16g の5個の分銅で「1～31g」まで量れます。

そして

1・2・4・8・16・32g の6個の分銅で「1～63g」まで量れることとなります。

更に

1・2・4・8・16・32・64g の7個の分銅で「1～127g」まで量れることとなります。

したがって②の解答は1～100g までで良いので最後の分銅が64g ではなく合わせて100g 以上が必要ですから37g、38g・・・64g ならOK となります。65g 以上では、64g が量れなくなります。

解答その1 1・2・4・8・16・32g に37g から64g の間のいずれか1個を加えた計7個の分銅で1～100g まで1g 刻みで量れることとなります。

解答その2 1・2・4・8・16・31 と38～63 のいずれか7個とか  
1・2・4・8・16・30 と39～62 のいずれか7個とかでも  
OK となります。

調整すれば、その他でも7個の分銅で1～100g まで量れる組み合わせは存在します。

どうですか？納得していただけましたか。実は、この問題は算数・数学の分野で云うと、「数論」という領域になり、そのなかの「2進法」と関係がある分野になります。

発展としてですが、問題文をちょっと変えて

分銅を『片側だけに → 両側においても良い』とすると、もっと少ない分銅で1g 刻みで重さを量ることが可能となります。

実は、1g, 3g, 9g, 27g, …と3進法の分銅が関係します。皆さん、どう置けばよいか、考えてみてくださいね。